

La nueva física teórica



Los avances recientes en la física de partículas elementales y la muy cercana comprobación de teorías y razonamientos muy elaborados sobre la estructura del universo, han sido consecuencia de un fascinante diálogo entre las matemáticas y la física.

J. Lorenzo Díaz Cruz

Los avances recientes en la física de partículas elementales han sido consecuencia de un fascinante diálogo entre las matemáticas y la física.

Una de las características más sobresalientes del desarrollo de la física teórica ha sido su capacidad para desarrollar o incorporar nuevas herramientas matemáticas que han permitido su progreso. Durante la segunda mitad del siglo XX, esta tradición alcanzó un alto nivel de sofisticación y riqueza conceptual, comparables quizás al utilizado en la épocas doradas: cuando se dieron los saltos más audaces y ambiciosos de su historia, como la invención del cálculo diferencial para la descripción del movimiento, por Newton, o la utilización de la geometría riemanniana para describir la dinámica del espacio-tiempo, por Einstein.

A principios del siglo XX, la llamada física clásica —que incluía mecánica, electromag-

netismo, gravitación y termodinámica— nos permitía describir casi todos los fenómenos medidos en los experimentos. Una de las excepciones la constituían los nacientes fenómenos observados en el átomo, en particular los llamados *espectros atómicos*; esto es, el hecho de que los átomos sólo emiten o absorben radiación de ciertas frecuencias. Para poder explicar estos espectros, y muchos fenómenos más, se inventó la mecánica cuántica.

En la física newtoniana es posible describir la trayectoria de una partícula como una sucesión de posiciones en función del tiempo, y el conocimiento de la posición y la velocidad en un instante dado nos permite conocer su posición en un tiempo posterior. En cambio, en la mecánica cuántica no es posible dar tal descripción: el concepto determinista de trayectoria se reemplaza por una descripción en términos de distribuciones de probabilidad. Esto es, sólo podemos saber la probabilidad de que una partícula ocupe cierta posición en cierto tiempo. Esta probabilidad se representa mediante un objeto matemático, la función de onda compleja $\Psi(x, t)$. El estudio de la función de onda fue desarrollado por el físico austriaco Erwin Schrö-

dingler, quien utilizó métodos tradicionales de ecuaciones diferenciales para describir los niveles de energía de los sistemas atómicos.

Por otra parte, la razón más profunda que nos impide describir un trayectoria radica en la imposibilidad de medir simultáneamente la posición y el momento (o cantidad de movimiento, relacionado con la velocidad) de una partícula con precisión absoluta. Este resultado se conoce como el *principio de incertidumbre*, y fue propuesto por Werner Heisenberg, físico alemán. Esto nos lleva a la necesidad de asociar las coordenadas de posición y velocidad no con simples números, como en mecánica clásica, sino con nuevos conceptos. En mecánica cuántica la posición y el momento se convierten en objetos matemáticos conocidos como matrices (u operadores).

La demostración de la equivalencia de ambos enfoques se debe a Paul Dirac, físico inglés, quien presentó una formulación más abstracta de la mecánica cuántica, basada en el uso de otros entes matemáticos, conocidos como *espacios vectoriales de Hilbert*; asimismo, introdujo el concepto de distribución, que probó ser muy útil para extender la mecánica cuántica al dominio relativista: lo que ahora se conoce como *teoría cuántica de campos*. Dicha teoría de campos sintetiza los dos pilares básicos de la física del siglo XX, la mecánica cuántica y la relatividad especial, y ha sido extremadamente rica, tanto en aplicaciones como en el planteamiento de problemas fundamentales.

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

En la teoría cuántica de campos el objeto central es el concepto de *campo*, el cual se puede ver como una función que permea el espacio y es capaz de transmitir momento y energía. Un campo puede ser una función suave, distribuida en el espacio, o estar concentrada en cierta región. Las discontinuidades o “arrugas” de la función del campo representan a las partículas elementales. Cada partícula tiene asociado un campo; el producto de las funciones de los campos representa las interacciones entre las partículas.

Entre las primeras aplicaciones de la teoría cuántica de campos se encuentra la descripción de las interacciones entre electrones y fotones (los cuantos de luz, portadores del campo electromagnético): la llamada electrodinámica cuántica, con la que se alcanzó un alto grado de precisión. Por ejemplo, el valor del momento magnético anómalo del electrón se predice con una precisión de una diezmillonésima, en acuerdo con el valor medido experimentalmente. La existencia de la antimateria,

como el positrón, que es la antipartícula del electrón, ha sido verificada también.

El cuadro de partículas y fuerzas se enriqueció notablemente durante la época de la posguerra (mediados del siglo XX), de modo que se identificaron dos tipos de partículas: los hadrones y los leptones. Los primeros, además de poder tener carga eléctrica, son sensibles a las interacciones nucleares o fuertes, de muy corto alcance. Además de la interacción electromagnética, los hadrones comparten con los leptones la fuerza débil, responsable del decaimiento beta, donde un neutrón se convierte en un protón, un electrón y un antineutrino. Estos leptones neutros, los neutrinos, sólo sienten la fuerza débil. Posteriormente se descubrió que los hadrones son compuestos de partículas más fundamentales: los quarks. Tanto los leptones como los quarks aparecen en tres réplicas o familias, con la única diferencia en la masa. La primera familia está constituida por el electrón y su neutrino, así como los quarks *arriba* y *abajo* (*u* y *d*, por sus nombres en



inglés, *up* y *down*); la segunda la forman el muón, su neutrino, los quarks *encanto* y *extrañeza* (*c* y *s*, *charm* y *strange*); finalmente la tercera familia está dada por el leptón tau, su neutrino, así como los quarks *cima* y *fondo* (*t* y *b*, *top* y *bottom*). Remito al lector a las tablas incluidas en los artículos de Guillermo Contreras y Miguel Ángel Pérez Angón en este mismo número de *Ciencia*.

ÁLGEBRA DE LIE

La comprensión de este “bestiario” de partículas elementales se inició al nivel teórico, cuando C. N. Yang y R. Mills formularon una teoría del origen de las fuerzas, utilizando el lenguaje matemático de las simetrías: la teoría de grupos y, en particular, mediante las llamadas álgebras de Lie. Por simetría se entiende una operación o transformación que al actuar sobre algún objeto lo deja invariante, esto es, sin cambios. Un ejemplo de transformación es la acción de las rotaciones alrededor del eje de

una figura geométrica. Si rotamos un cuadrado en un ángulo de 90 grados (o sus múltiplos enteros) dicho cuadrado queda igual, no cambia. Muchas veces es posible describir las propiedades de un sistema físico mediante alguna función matemática, llamémosla $f(x_1, x_2, \dots)$, donde x_1, x_2, \dots denota el conjunto de variables que se requieren para especificar dicha función. Así, una transformación del sistema corresponde a un cambio en la función f ; sin embargo, cuando dicha transformación es una simetría del sistema, entonces la función f cambia de una manera bien definida, o incluso puede permanecer invariante.

Las simetrías pueden ser globales, cuando se realizan de igual manera sobre todos los puntos del espacio; por ejemplo, una rotación de 180 grados para todos los cuadrados del universo, es una simetría global. También puede haber simetrías locales, cuando las transformaciones son diferentes en cada punto del espacio. Las simetrías locales tienen la propiedad de modificar la forma de una función como:

$$f \rightarrow f'(x_1, x_2, \dots) = e^{\theta T} f(x_1, x_2, \dots) \quad (1)$$

Donde θ representa el conjunto de números que especifican la transformación; por ejemplo, θ es un ángulo para las transformaciones de rotación. T es un objeto matemático que indica de qué tipo de transformación se trata, y en el caso más general denota un conjunto de matrices, que se conocen como *generadores*. Para dos generadores dados, digamos T_1 y T_2 , se cumple lo siguiente:

$$T_1 T_2 - T_2 T_1 = \kappa_{123} T_3 \quad (2)$$

Este objeto se conoce como el *conmutador de los generadores*, y tiene la notable propiedad de producir otro generador, o una combinación de ellos. La constante κ_{123} depende de la combinación específica de generadores 123. En el caso general, se les denota por κ_{ijk} , y se les llama *constantes de estructura*. La ecuación (2) se conoce como *álgebra de Lie*, por el matemático Sophus Lie. Un resultado maravilloso, debido al genial matemático francés Eli Cartan, permite clasificar todos los tipos de transformaciones: a cada una le corresponde un cierto tipo de generadores y constantes de estructura, eso es, un álgebra de Lie.

El uso de las álgebras de Lie en la descripción de las fuerzas fundamentales de la naturaleza se basa en el llamado *principio de norma*, el cual establece la existencia de un campo de fuerza

Las simetrías pueden ser globales, cuando se realizan de igual manera sobre todos los puntos del espacio

para cada generador del álgebra de Lie asociado a la interacción. Después de varios años de trabajo arduo, tanto experimental como teórico, se encontró que los grupos del tipo $SU(n)$ son los elegidos por la naturaleza para describir las interacciones conocidas de las partículas elementales. Este grupo se puede representar como el conjunto de matrices unitarias de $n \times n$ columnas y renglones con determinante igual a la unidad. Para las interacciones fuertes se usa el grupo $SU(3)$, que tiene ocho generadores; éste es el número de gluones (campos de norma) que explica el comportamiento confinante de los quarks, y a esta teoría se llama la *Cromodinámica cuántica*.

Por otra parte, se encontró que las interacciones electromagnéticas y débiles pueden unificarse parcialmente, y la interacción está descrita por el grupo $SU(2) \times U(1)$, que contiene los campos de norma de la fuerza electrodébil W , Z y el fotón. El esquema completo es conocido como el *modelo estándar*, que es más bien toda una teoría que describe, de manera elegante y con gran exactitud, una serie de datos medidos en una gran diversidad de experimentos, desde aquellos que se realizan a bajas energías, hasta los que necesitan las energías más altas, las que se alcanzan solamente en los grandes aceleradores de partículas como Fermilab en Chicago o el CERN en Ginebra.

TEORÍAS DE GRAN UNIFICACIÓN

Se espera que las transformaciones más abstractas podrían tener incidencia para formular una teoría que unifique las interacciones electrodébiles y fuertes. El ejemplo más sencillo de estas teorías, que se conocen como *teorías de gran unificación*, se basa en el grupo $SU(5)$; en estas teorías se agrupan los quarks y leptones en un mismo objeto matemático (multiplete); sin embargo, las observaciones recientes sobre la masa de neutrinos apuntan hacia un grupo más complicado, y de otro tipo, el llamado grupo $SO(10)$. Estas teorías podrían resolver otro de los grandes problemas de las partículas elementales, el llamado *problema del sabor*, que consiste básicamente en explicar por qué aparecen tres familias, con sus masas y mezclas, en la naturaleza. Es posible que dicho patrón esté relacionado con el mecanismo que permitió la supervivencia de la materia en el universo temprano, cuando ésta se encontraba en equilibrio con la antimateria. Por otra parte, la posibilidad de unificar todos los tipos de materia, quarks/leptones y los llamados campos de Higgs (ingrediente necesario para romper las simetrías, generar las masas y obtener modelos realistas) apunta hacia una de las llamadas álgebras excepcionales, E_6 .

A partir de los años 60 se inició también una mayor actividad en el área de gravitación, motivada en parte por los descubrimientos de objetos astronómicos (cuasares): la posible existencia de campos gravitacionales muy intensos, dominio ideal para probar la teoría de la relatividad general de Einstein, más allá de las pruebas clásicas que datan de los primeros años de la misma. La consistencia de la relatividad general con la mecánica cuántica fue otro tema que indujo un renovado interés en el estudio de la gravitación. De hecho, ése ha sido uno de los sueños de toda la física: encontrar una teoría más ambiciosa que pueda unificar las fuerzas electrodébil y fuerte con la gravedad. Uno de los primeros avances se dio mediante la aplicación de los principios generales de la mecánica cuántica a los objetos

A partir de los años 60 se inició también una mayor actividad en el área de gravitación, motivada en parte por los descubrimientos de objetos astronómicos (cuasares): la posible existencia de campos gravitacionales muy intensos, dominio ideal para probar la teoría de la relatividad general de Einstein, más allá de las pruebas clásicas

conocidos como hoyos negros; Stephen Hawking descubrió que la imagen clásica de un hoyo negro —un objeto súper masivo que no deja salir nada, ni siquiera la radiación— debía modificarse, pues la existencia de fluctuaciones cuánticas permite la emisión de cierta radiación que se mantendría hasta agotar la materia y energía del hoyo negro. Hasta la fecha no se conoce una solución al problema del destino final de esta clase de singularidades. Ésta sería una de las respuestas que debería proporcionar una teoría cuántica de la gravedad.

CUERDAS Y SUPERSIMETRÍAS

En otra dirección, a principios de los años 70 se encontró una generalización matemática de las álgebras de Lie, conocida como álgebras graduadas, que permiten describir con una misma teoría partículas con espín diferente, esto es, bosones y fermiones. La teoría cuántica resultante tiene un comportamiento más suave, que permite manejar escalas de energía muy diferentes. Esta teoría se conoce como *supersimetría* o “SUSY”. La generalización supersimétrica del modelo estándar es una de las teorías más estudiadas en la actualidad y sus predicciones se están buscando en forma exhaustiva en los actuales colisionadores de partículas.

La formulación local de la supersimetría necesariamente involucra a la gravedad, y la teoría respectiva se conoce como *supergravedad*. Aunque ya se demostró que la supergravedad no puede ser la teoría última, sí puede aparecer como el límite de bajas energías de dicha teoría. El candidato más exitoso para esta teoría de todas las cosas se conoce como la *teoría de supercuerdas*, la cual se aparta de la noción de partículas puntuales como los componentes básicos de la naturaleza, y utiliza objetos unidimensionales en su lugar. La cantidad de herramientas matemáticas modernas que se utilizan en esta disciplina es realmente impresionante, desde la geometría de variedades

multidimensionales complejas hasta los espacios no-conmutativos, y mucho más. En la teoría de supercuerdas aparece la última de las llamadas álgebras excepcionales, E_8 , la cual podría acomodar los quarks, leptones, Higgs y los campos de norma, y una de sus predicciones sería la existencia de partículas supersimétricas. Por otra parte, basado en el hecho de que la teoría de supercuerdas se formula en 10 dimensiones, se ha especulado recientemente sobre la posible existencia de dimensiones extra de tamaño casi microscópico, que a su vez ayudarían a explicar por qué la interacción gravitacional es la más débil de todas las fuerzas.

A pesar que estas ideas parecen abstractas o alejadas de nuestra intuición, el hecho importante es que pueden ser probadas en los colisionadores futuros, y su comprobación sería quizás una de las más grandes revoluciones en la ciencia, porque comprobaría la validez de un razonamiento muy elaborado, basado en la introducción de entes matemáticos totalmente novedosos para describir la naturaleza. Esta posibilidad ha motivado aún a los físicos más orientados a la fenomenología a manejar conceptos que hace unos pocos años se consideraban territorio privado de las minorías más especulativas de la comunidad de la física teórica. Así, comienza a ser común que en una reunión de física de altas energías los fenomenólogos discutan apasionadamente sobre compactificaciones, orbifolios, productos Moyal y otros entes topológicos, como la holomorfía o los grupos de homotopía, que comienzan a perfilar cómo será la física teórica del siglo XXI, y cómo este fascinante diálogo entre la física y las matemáticas seguirá enriqueciéndose.

J. Lorenzo Díaz Cruz es profesor titular de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Obtuvo su doctorado en Ciencias en la Universidad de Michigan, Estados Unidos. Su área de interés son los modelos supersimétricos de las interacciones fundamentales. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.
lorenzo.diaz@cfm.buap.mx

