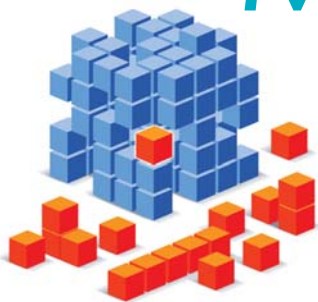


# ¿Es difícil divulgar MATEMÁTICAS?



Carlos Prieto de Castro

Cuando un astrónomo hace un nuevo descubrimiento basado, digamos, en una maravillosa serie de fotografías del telescopio espacial Hubble, tiene en sus manos algo muy atractivo para divulgar.

Ya las fotos por sí mismas hacen que cualquier artículo ilustrado con ellas sea espectacular, y el astrónomo puede contar algunas cosas interesantes –y ciertas– sobre ese objeto astronómico sin necesidad de entrar en una explicación técnica, seguramente muy difícil de entender para alguien que no sea astrónomo. Pero el propósito –o los propósitos– se cumplen: la gente se entera de que los astrónomos descubren cosas, de que éstas son interesantes, y quizá también de que nos son útiles para entender el origen de nuestro sistema solar o, tal vez, de todo el universo. En fin, sabemos que los astrónomos son las estrellas de la divulgación científica, seguramente por lo que acabo de mencionar.

De manera similar –y lo acabamos de vivir con el caso del virus de la influenza A/H1N1– ocurre con los biomédicos. Surge, por ejemplo, un nuevo virus que amenaza la salud de la población y, con relativa facilidad, los especialistas pueden contarle al público cómo apareció tal virus, muestran imágenes del mismo, que resultan casi tan atractivas como una astrofotografía, mencionan algo sobre la secuenciación en su ADN (quizá que hubo algunos cambios de 25 a 30 aminoácidos de los 4 mil 400 que componen el ADN del virus de la “gripe aviar”), y la gente se da por enterada del asunto, reconoce el trabajo de los investigadores biomédicos y

aplaude sus avances, quizás mientras espera ansiosamente la fabricación de una vacuna, que también sabe muy bien que va a hacer que la persona que se la aplique va a crear anticuerpos en su sangre que no permitirán que el dichoso virus la infecte. Los médicos cumplen con esto su compromiso de divulgar, y no se meten en camisa de once varas tratando de explicar cosas sobre el virus que sólo los especialistas entenderían.

¿Y qué pasa con las matemáticas? Demos dos ejemplos de temas candentes en esta disciplina. La *hipótesis de Riemann*: “Las soluciones no triviales de la función zeta de Riemann son números complejos, cuya parte real es igual a un medio”. O la *conjetura de Poincaré*: “Una 3-variedad cerrada simplemente conexa es homeomorfa a la 3-esfera”.

¿Son éstas dos afirmaciones realmente más difíciles de entender que los ejemplos que sugerí en los casos de la astronomía o la medicina? En todo caso, hay otras afirmaciones en las matemáticas que no son tan incomprensibles. Dos ejemplos son la *conjetura de Goldbach*, “Todo número par mayor que 2 es la suma de dos números primos”, y el *teorema de los cuatro colores*, “Cualquier mapa dibujado en un plano puede iluminarse con cuatro colores de manera tal que cualesquiera dos países contiguos tengan colores distintos”.

Explicemos estos últimos. La conjetura planteada por Christian Goldbach en 1742, en una carta dirigida a Euler, puede entenderla cualquiera que sepa qué es un *número par* y qué es un *número primo*. Como seguramente todos podemos recordar, un número par es

$$\frac{tgx - 2}{2\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int (x \pm a^2)$$

$$e = 2,79$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\phi = \sqrt{\frac{\sum (x-m)^2}{n-1}}$$

$$S = \int_{t=0}^{10}$$

$$e = \cos x + tg y$$



$$\ln|x(a - \sqrt{x^2 + a^2})| + c$$

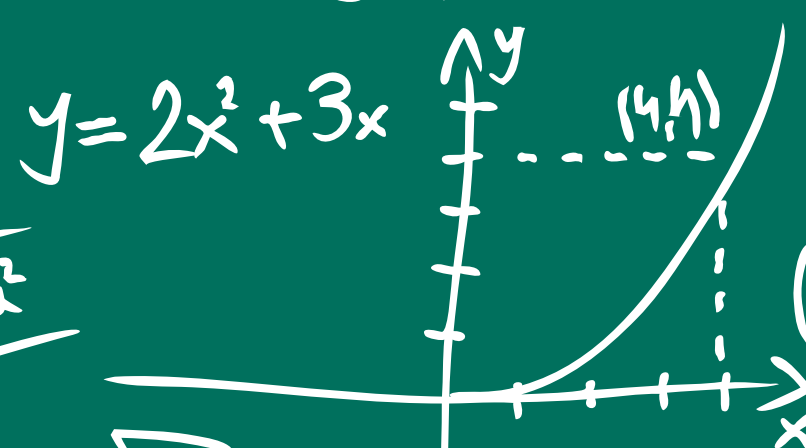
$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow \infty} \frac{\Delta x + 2}{\Delta y - 1}$$



$$-\frac{3a}{x}$$

$$8x = 4 - 3y^2$$

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$



$$(x+y)^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2 \quad X_{1/2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

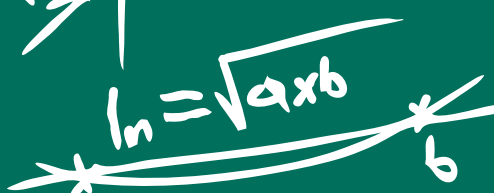


$$\pi \approx 3,1415$$

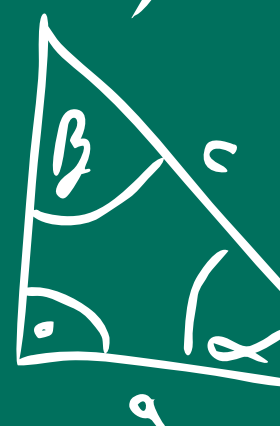
$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$x_i$$

$$y = \frac{\Delta x}{\Delta z}$$



$$S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

un número natural que es divisible entre 2, y los primeros ejemplos son 2, 4, 6, 8, 10, 12, etcétera. Un número primo es aquel número natural mayor que 1 que no puede dividirse más que entre 1 y entre él mismo, y los primeros primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etcétera. Estos conceptos se aprenden ya desde la primaria.

La conjetura de Goldbach lo que dice, entonces, es que para cualquier número par podemos encontrar dos números primos cuya suma sea el número par dado, a excepción, claro, de 2, que obviamente no es la suma de dos números primos.

Ejemplos de ello son:  $4 = 2 + 2$ ,  $6 = 3 + 3$ ,  $8 = 3 + 5$ ,  $10 = 3 + 7$  (o  $10 = 5 + 5$ ),  $12 = 5 + 7$ . Un ejemplo de un número par mucho más grande sería  $100 = 3 + 97$  (o  $100 = 47 + 53$ ). No obstante la facilidad para



explicar y comprender esta conjetura, que ya tiene más de 265 años de haber sido planteada, los matemáticos aún no han podido encontrar una demostración de este hecho. Se considera, junto con la hipótesis de Riemann, como uno de los problemas “abiertos” (aún no resueltos) más difíciles de las matemáticas.

El teorema de los cuatro colores, por su parte, fue planteado como una conjetura por primera vez por Francis Guthrie en 1852, y no fue resuelto sino hasta 1976 por Kenneth Appel y Wolfgang Haken. Pasaron 124 años para responder una pregunta aparentemente tan simple, lo que muestra que se trata de un problema bastante difícil. De hecho, la prueba no satisface a todos los matemáticos, toda vez que ésta fue obtenida haciendo uso de una computadora, y no de la manera tradicional en matemáticas, solamente siguiendo una serie de pasos lógicos e incontrovertibles. El punto es que, como sea, la prueba es sumamente difícil y sólo accesible para especialistas en combinatoria y en informática, que puedan entender los diferentes pasos de la demostración.

Si ahora retornamos a la hipótesis de Riemann o a la conjetura de Poincaré, ya necesitamos un enorme bagaje de matemáticas para poder comprender su mero enunciado. La primera requiere, en primer lugar, de construir la función zeta, de cuyos ceros habla la conjetura. Esta función, que aparece con distintos disfraces, se necesita construir ya sea como una *serie*, es decir, una suma con un número infinito de términos algebraicos, o como un *producto infinito* de ciertos factores, no del todo simples.

También se debe conocer el concepto de *número complejo*, de cuya “parte real” se habla en la conjetura y, por supuesto, saber qué se quiere decir con “solución no trivial”. Derbyshire (2003) hace un gran esfuerzo por poner la hipótesis de Riemann en un lenguaje comprensible para personas aventajadas en matemáticas, que hayan entendido bien sus cursos de bachillerato y cursado algunas materias de matemáticas en la universidad (véase también Courant y Robbins, 2002).

La conjetura planteada por Henri Poincaré en 1904 fue resuelta por Grigory Perelman en 2003. A pesar de tratarse de un problema cuyo ámbito es la topología, fue resuelto con métodos de la geometría diferencial. Ya entender cabalmente el solo enunciado de la con-



jetura requiere de conceptos topológicos que sólo algunos estudiantes de matemáticas aprenden en el sexto o séptimo semestre de la licenciatura. La demostración, como ocurre para el problema de los cuatro colores, es sólo plenamente accesible a unos cuantos especialistas en ciertos temas de la geometría diferencial.

Divulgar el *significado* de la conjetura, sin embargo, puede lograrse bajo una premisa que muchas veces resulta muy difícil de ser aceptada por los matemáticos: ser muy informal y poco preciso –quizá mentir un poquito– en la transmisión de ciertos conceptos, como el de *3-variedad* (objeto que en el entorno de cada uno de sus puntos se ve como un espacio euclidiano tridimensional), el de *3-esfera* (espacio de los puntos en el espacio euclidiano tetradimensional que distan 1 del origen, o el resultado de pegar dos bolas sólidas, punto a punto, a lo largo y ancho de sus superficies), y el concepto de *conexidad simple* (que afirma que cualquier lazo dentro del objeto no encuentra obstáculo para contraerse a un punto sin abandonar el objeto).

Un truco común, que utilizamos quienes intentamos divulgar cuestiones de topología al tratar de expli-

car las 3-variedades consiste en explicar las 2-variedades, o sea, las superficies, que son objetos que en el entorno de cada uno de sus puntos se ven como un plano (en la misma forma que los navegantes ven la Tierra plana cuando se encuentran en altamar). Entonces se puede explicar la conjetura de Poincaré en una 2-esfera, pues es también cierta en este caso (aunque esto fue demostrado por el propio Poincaré hace más de cien años) y a partir de ello, tratar de subir la dimensión en una unidad. Creo que con este método se logran los propósitos. Explicar la *idea* de la prueba implica, ahora sí, tener que sacrificar muchísimos detalles técnicos, y con ellos todo el rigor. Si pudiese explicarse a un público amplio cómo es la prueba rigurosa, seguramente no tendríamos que haber esperado casi cien años a que un talento fuera de serie, como el de Perelman, lograra semejante hazaña.

El hecho es que conjeturas abiertas y conjeturas demostradas significan para los matemáticos un motivo de gran regocijo y disfrute, que muchos de nosotros deseamos fervientemente transmitir al público y, muy especialmente, a los jóvenes. Ello implica el de-



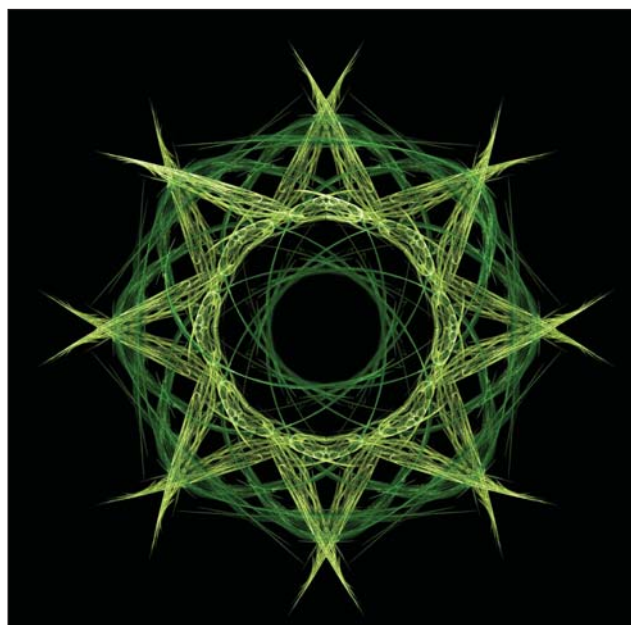
seo de compartir la belleza sin igual de las matemáticas. Pero para que el público las comprenda se requiere transmitirle también un poco del *lenguaje* con el que los matemáticos escribimos nuestra poesía, “la poesía de las ideas”, como llama Armand Borel (2009) a las matemáticas. Tenemos que intentar lograr que el público se convierta, aunque sea por un momento, en matemático, es decir, tenemos que enseñarle el mínimo del idioma matemático que se requiere para captar el significado, la belleza y la dificultad de un resultado matemático. Esto involucra lo que para mí es la esencia de las matemáticas: que son el arte de la *abstracción*.

La persona que asiste a una exposición de arte no necesita ser artista para apreciar las obras que ahí se exponen. Quien lee poesía tampoco necesita ser poeta para disfrutar de lo que lee. Puede ser, aunque no lo aseguro, que alguien más “culto” pueda disfrutar más a fondo de esas obras, o bien criticarlas por no tener ciertas cualidades estéticas que las hagan más valiosas. Pero hemos visto cómo, por ejemplo, en nuestra Ciudad de México los museos se encuentran atestados los fines de semana con público de todo tipo, seguramente gran parte del cual no es un público “culto” en el sentido más común del término, y, no obstante, es un público capaz de disfrutar enormemente las obras de arte que se presentan.

Los que nos dedicamos a ellas ciertamente apreciamos la belleza de las matemáticas: las sentimos hermosas, con un valor estético muy semejante al de las artes plásticas. Sin embargo, acercar a una persona sin cierta formación matemática a esa belleza resulta casi imposible. Transmitirle la emoción que un matemático experimenta, ya sea al comprender la demostración de un nuevo resultado matemático o al ser el protagonista de una tal demostración queda, en buena medida, limitado a un puñado de expertos que comprenden todos los intrínquilos de dicha prueba. Los matemáticos alejados del tema, y ya no se diga los legos en las lides matemáticas, difícilmente van a apreciar la belleza de un resultado o de la prueba de una afirmación como la conjetura de Poincaré o la hipótesis de Riemann (que, dicho sea de paso, en agosto de este 2009 cumple 150 años de haber sido planteada y no se ha encontrado una prueba aún).

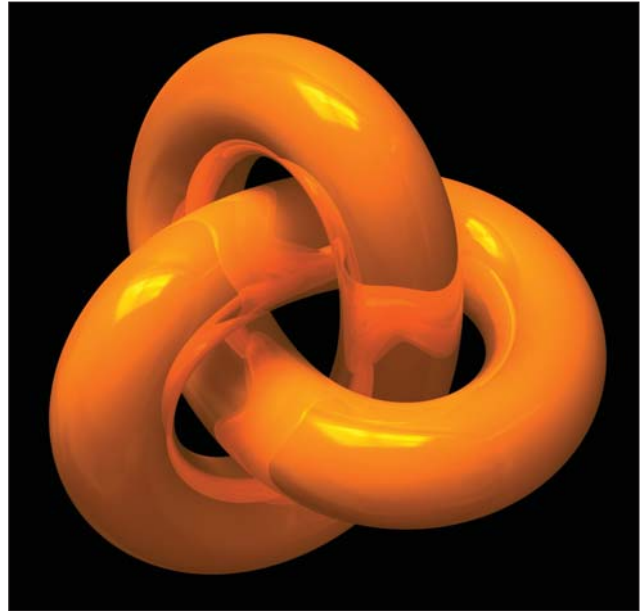
Dice Borel: “No es sorprendente que esto casi no pueda comunicárseles a los no matemáticos: nuestros poemas están escritos en un idioma especial, el lenguaje matemático; aunque éste se expresa en muchos de los idiomas usuales, es muy particular y en ningún otro traducible. Y desafortunadamente estos poemas pueden entenderse solamente en su idioma original.”

Esta dificultad que afronta el matemático para que el público pueda captar la belleza de las matemáticas



frecuentemente ha llevado al divulgador de temas matemáticos a escribir sobre temas clásicos, no pocas veces elementales, y a veces con un ligero dejo de infantilismo. Esto, desde mi punto de vista, conlleva la impresión de que las matemáticas son ya un tema agotado, en el que no hay ya novedades que contar. Es muy frecuente que la gente crea que en matemáticas ya no hay nada que investigar; que es una disciplina completamente acabada (según el nivel académico de quien haga esta apreciación, puede llegar a pensar que con el cálculo diferencial e integral se terminaron los descubrimientos nuevos en matemáticas). No es poco frecuente que, cuando alguien se entera de que yo o algún colega mío somos investigadores matemáticos, pregunte asombrado: ¿y a poco queda ahí todavía algo nuevo por investigar?

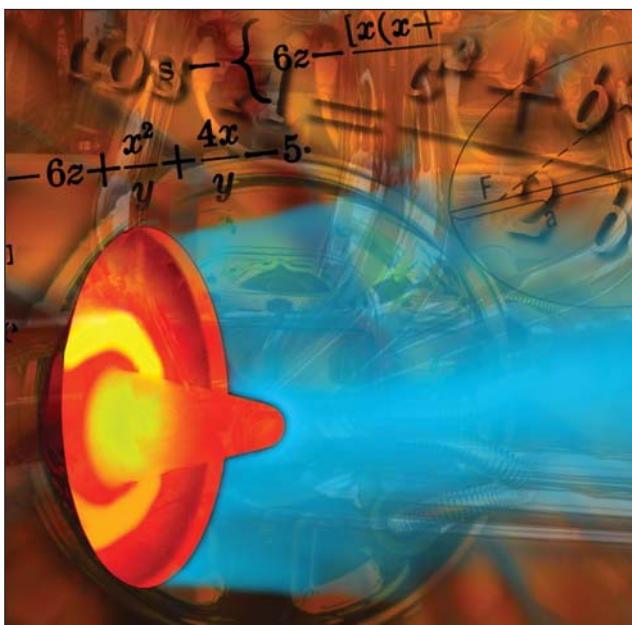
En buena medida somos los matemáticos los responsables de esta falsa impresión, como apunta Hans Magnus Enzensberger (1999). No hemos aprendido a tender puentes entre nuestra actividad profesional y el público. Ian Stewart (2002), el gran divulgador de las matemáticas, afirma que los matemáticos debemos aprender a “mentir un poquito”. Así es, en efecto: si queremos hablar a un público amplio sobre temas actuales de las matemáticas, difíciles por ello mismo —de otra manera ya serían clásicos—, no podemos hacerlo como si hablásemos ante un público especiali-



zado, procurando tener un gran rigor en lo que decimos. Por el contrario, debemos pasar por alto los detalles, quizá dejar fuera hipótesis importantes.

En algunas ocasiones he sido invitado a hablar ante jóvenes sobre algún tema actual de matemáticas; pero una que otra vez, también han llegado colegas a escucharme. La verdad es que me siento intimidado por su presencia, pues sé que estoy faltando al rigor. Debo decir, eso sí, que nunca he recibido una crítica negativa de algún colega por mi forma un tanto cuanto informal de hablar del tema en cuestión. Estoy convencido de que, en muchos casos, ésta es la única forma de transmitir la pasión con la que se investiga en matemáticas y la belleza de sus resultados. A veces, eso sí, vale la pena poner algunas fórmulas, quizás un tanto cuanto complicadas, pero que a los más enterados les dé información más precisa. Hay que dejarle claro al público menos familiarizado con el tema que pueden ignorar las fórmulas, pero que éstas forman parte del tema que se está exponiendo: son parte del lenguaje de las matemáticas.

En mi libro *Aventuras de un duende en el mundo de las matemáticas* (Prieto, 2009), que es de divulgación, hay un duende que asume el papel del lector y que busca llevarlo de la mano. El duende dice cuándo y por qué no entiende algo. Lo relee, lo elabora él mismo, ya sea repitiendo lo que el autor hace o reformulándolo



de manera distinta, y finalmente acaba entendiendo. Se pretende que esto ocurra con el lector. Este estilo responde al hecho de que en matemáticas no se puede leer linealmente, como si se leyera una novela. Hay que leer un poco, meditar, releer, retornar a páginas anteriores, recrear lo que se leyó, y continuar. El propio matemático, cuando lee un artículo o un libro, tiene que tomar papel y lápiz para ir rehaciendo lo que el autor hizo. Esto implica, frecuentemente, estar regresando a partes anteriores del artículo o, incluso, a otros artículos. Sólo así puede lograrse una comprensión cabal del texto.

A guisa de conclusión, puntualizaré algunas realidades sobre la divulgación matemática y qué factores la dificultan:

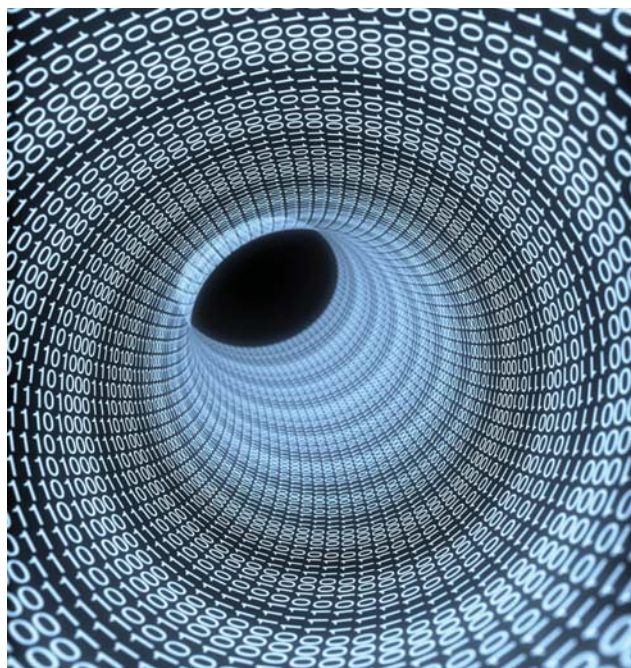
- a) Hay grandes prejuicios sobre la dificultad de las matemáticas, en parte porque sí son difíciles, pero en buena medida debidos a la mala formación en matemáticas que frecuentemente se adquiere en la escuela.
- b) La presencia de fórmulas en un artículo de divulgación aleja al público. El divulgador debe ser parco en su uso, pero el lector debe aprender que las fórmulas son parte inherente del lenguaje de las matemáticas y no tienen por qué alejarlo de la lectura. Por tanto, se requiere algo de conocimiento del lenguaje matemático para comprender mejor las ideas.
- c) La comprensión de las matemáticas demanda capacidad de abstracción por parte del lector. Esto implica que el lector debe elaborar las ideas antes de entenderlas, cosa que es muy distinta a la lectura lineal, común en otras disciplinas.
- d) Sí se puede divulgar en matemáticas, pero el divulgador debe atreverse a “mentir un poco” y a sacrificar bastante del rigor. Debe fomentar en el lector la lectura de ida y vuelta, no lineal.
- e) No sólo hay que divulgar temas elementales; es importante hacer el esfuerzo por hablar sobre temas de actualidad. Debe transmitirse que las matemáticas son una disciplina muy activa, en la que se crea tanto conocimiento nuevo como en la más activa de las ciencias naturales.

**Carlos Prieto de Castro** estudió la licenciatura y la maestría en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), y el doctorado en la Universidad de Heidelberg, Alemania. Actualmente es investigador titular del Instituto de Matemáticas de la UNAM. Fue galardonado con el Premio Universidad Nacional en el área de Docencia en Ciencias Exactas (2009).

eprieto@matem.unam.mx

### Bibliografía

- Borel, Armand (2009), *Las matemáticas: arte y ciencia*, traducción del alemán de Carlos Prieto de Castro, [www.matem.unam.mx/cprieto/personal/2009-borel.pdf](http://www.matem.unam.mx/cprieto/personal/2009-borel.pdf)
- Derbyshire, John (2003), *Prime obsession. Bernhard Riemann and the greatest unsolved problem in mathematics*, Washington, D. C, Joseph Henry Press.
- Enzensberger, Hans-Magnus (1999), *Puente levadizo fuera de servicio*, traducción del alemán de Carlos Prieto de Castro, [www.matem.unam.mx/cprieto/personal/1999-Enzensberger.pdf](http://www.matem.unam.mx/cprieto/personal/1999-Enzensberger.pdf)
- Prieto de Castro, Carlos (2005), *Aventuras de un duende en el mundo de las matemáticas*, México, Fondo de Cultura Económica (La ciencia para todos, 206), tercera reimpresión (2009).
- Stewart, Ian (2002), “Prefacio”, en Courant, Richard y Herbert Robbins, *¿Qué son las matemáticas?*, México, Fondo de Cultura Económica.



Incansable  
**mente**  
PROACTIVA

Año con año, la **Academia Mexicana de Ciencias**, lleva a cabo 13 programas que divulgan y fomentan la ciencia entre los niños y jóvenes de nuestro país.

De esta manera, toca el futuro al introducir a las nuevas generaciones en el mundo de la investigación y el desarrollo para que, un día, México cuente con ciencia y tecnología propias.

Así es como la ciencia se convierte en la inversión estratégica que ayudará a fortalecer la soberanía nacional.

[www.amc.unam.mx](http://www.amc.unam.mx)